

Câu 1 (1.5 điểm).

Một vật chuyển động trong không gian có vị trí theo thời gian t được cho bởi hàm vec tơ

$$\mathbf{R}(t) = (2t + 1)\mathbf{i} + (t^2 - 2)\mathbf{j} + (t^3 + 5)\mathbf{k}$$

- Tìm hàm vec tơ vận tốc và gia tốc của vật ở thời điểm t .
- Tìm độ cong của đồ thị hàm vec tơ $\mathbf{R}(t)$ tại $t = 1$.

Câu 2 (1.0 điểm).

Cho hàm ẩn $z = z(x, y)$ xác định từ phương trình:

$$x^3 + 2xz - yz^2 = 1 + z^3.$$

Tính các đạo hàm riêng z_x và z_y .

Câu 3 (2.0 điểm).

Cho hàm hai biến $f(x, y) = xy^2 - yx^2 + xy + 1$.

- Tìm tất cả các điểm dừng của f .
- Phân loại các điểm dừng (cực đại, cực tiểu, điểm yên ngựa).

Câu 4 (2.0 điểm).

a) Tính $I = \iint_D (2x + 1) dA$, với D là miền giới hạn bởi các đường: $y = 2 - x^2$ và $x + y = 2$.

b) Tính $J = \iiint_{\Omega} 2z dV$, trong đó Ω là vật thể bị giới hạn bởi mặt paraboloid $z = x^2 + y^2$ và nửa mặt cầu $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$.

Câu 5 (2.0 điểm).

Cho hai hàm số $P(x, y) = 2ye^{xy} + e^{mx} \cos y$ và $Q(x, y) = 2xe^{xy} - e^{mx} \sin y$, trong đó m là hằng số.

- Tìm giá trị của m để trường vec tơ $\mathbf{F}(x, y) = P(x, y)\mathbf{i} + Q(x, y)\mathbf{j}$ là trường thế.
- Với m vừa tìm được, tính $K = \int_{\mathcal{C}} [P(x, y) + xy]dx + [Q(x, y) + x^2]dy$, với (\mathcal{C}) là biên của hình chữ nhật đỉnh $O(0, 0), A(3, 0), B(3, 1)$ và $C(0, 1)$, lấy theo chiều dương.

Câu 6 (1.5 điểm).

Cho trường vec tơ $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 + y)\mathbf{i} + (2y - x)\mathbf{j} - 3z\mathbf{k}$.

- a) Tính độ phân kỳ và vec tơ xoáy của \mathbf{F} .
- b) Tính thông lượng của \mathbf{F} qua (S) là phần mặt phẳng $15x - 12y + 3z = 6$ nằm trên hình vuông $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$, được định hướng bởi trường vec tơ pháp tuyến đơn vị N hướng lên.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CLO1] Tính được đạo hàm, tích phân của hàm vec tơ và của hàm nhiều biến	Câu 1, Câu 2, Câu 4, Câu 5, Câu 6
[CLO2] Sử dụng giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vec tơ và của hàm nhiều biến để giải quyết các bài toán ứng dụng	Câu 2, Câu 3, Câu 5
[CLO3] Tính được các đại lượng đặc trưng của trường vec tơ.	Câu 6
[CLO4] Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường vec tơ để giải quyết các bài toán ứng dụng	Câu 5, Câu 6

Tp.HCM, Ngày tháng năm
Trưởng bộ môn

ĐÁP ÁN Toán 3, HK 2 (25-26)

Câu	Nội dung	Điểm
1		1.5
	$\mathbf{V}(t) = \mathbf{R}'(t) = \langle 2, 2t, 3t^2 \rangle$ $\mathbf{A}(t) = \mathbf{V}'(t) = \langle 0, 2, 6t \rangle$ $R'(1) \times R'(1) = \langle 6, -12, 4 \rangle \Rightarrow \ R'(1) \times R'(1)\ = 14$ $\kappa(1) = \frac{\ R'(1) \times R'(1)\ }{\ R'(1)\ ^3} = \frac{14}{17\sqrt{17}}$	0.5 0.25 0.5 0.25
2		1.0
	$F_x = 3x^2 + 2z, F_y = -z^2, F_z = -2yz - 3z^2 + 2x$ $z_x = \dots, z_y = \dots$	0.75 0.25
3		2.0
	$f_x = -2xy + y^2 + y, f_y = -x^2 + 2xy + x$ Điểm dừng $M_0(0, -1), M_1(0, 0), M_2(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}), M_3(1, 0)$ $D = -4xy - (-2x + 2y + 1)^2,$ đạt cực tiểu tại M_2 và không đạt cực trị tại M_0, M_1, M_3	0.5 0.5 0.5 0.5
4a		1.0
	$D: 0 \leq x \leq 1, 2 - x \leq y \leq 2 - x^2$ $I = \int_0^1 (-2x^3 + x^2 + x) dx = ..$	0.5 0.5
4b		1.0
	giao tuyến $x^2 + y^2 = 1$ Tọa độ trụ $0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 1, r^2 \leq z \leq \sqrt{2 - r^2}$ $= \int_0^{2\pi} \int_0^1 (-r^5 - r^3 + 2r) dr d\theta = ..$	0.25 0.5 0.25
5		2.0
	$P_y = 2e^{xy} + 2xye^{xy} - e^{mx} \sin y, Q_x = 2e^{xy} + 2xye^{xy} - me^{mx} \sin y$ $m=1$ $D: 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1$ $K = \iint_D x dA = \int_0^3 \int_0^1 x dy dx = ..$	0.5 0.25 0.5 0.75
6		1.5
	$\text{Div}\mathbf{F} = 2x - 1$ và $\text{curl}\mathbf{F} = \langle 0, 0, -2 \rangle$ $(S): z = 2 - 5x + 4y \Rightarrow z_x = -5, z_y = 4$ $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ $\text{Flux} = \iint_D (5x^2 + 19x - 15y - 6) dA = \dots = -\frac{7}{3}$	0.5 0.25 0.25 0.5